

교과목	기초미적분학	대학	대학(용인 캠퍼스)			점수		검인	
		학과	학과(학부)						
담당교수		학년		학번					
		성명							

2024학년도 1학기 중간고사

- ※ 계산과정은 상세히 서술해서 답안을 작성해 주세요.
 ※ 반드시 검정 연필 또는 샤프펜슬로 작성해 주세요.

1. 다음 질문에 대해 풀이과정 없이 참(T), 거짓(F)로 답하여라. (각 1점)

(1) 함수값 $f(x)$ 들의 집합은 함수 f 의 공역이다. (F)

(2) 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다. (T)

(3) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{\sqrt{5x-1}}{x+2} \leq f(x) \leq \frac{x^2-1}{x+2}$$

을 만족하면 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{3}{4}$ 이다. (T)

(4) $y = \sqrt{2x+4}+3$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 곡선이다. (F)

2. 다음 분수식을 간단히 하여라. (4점)

$$\frac{x^2-5x+4}{x^2-x} \div \frac{2x^3-11x^2+10x+8}{x^2-4} - \frac{2}{2x+1}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol. } & \frac{x^2-5x+4}{x^2-x} \div \frac{2x^3-11x^2+10x+8}{x^2-4} - \frac{2}{2x+1} \\ &= \frac{(x-4)(x-1)}{x(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(2x+1)(x-4)} - \frac{2}{2x+1} \\ &= \frac{x+2}{x(2x+1)} - \frac{2}{2x+1} = \frac{x+2-2x}{x(2x+1)} = \frac{-x+2}{x(2x+1)} \end{aligned}$$

3. 다음 주어진 방정식의 해 또는 분수부등식의 해를 구하여라. (각 3점)

(1) $\sqrt{x+6} - \sqrt{7-x} = 1$

Sol. $\sqrt{x+6} = 1 + \sqrt{7-x}$, $x+6 = 1 + 2\sqrt{7-x} + 7-x$

$$x-1 = \sqrt{7-x}, \quad x^2-2x+1 = 7-x, \quad x^2-x-6 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ or } x = 3$$

$x = -2$ 일 때 무연근이므로 해는 $x = 3$ 이다.

(2) $\frac{3x^3-3x^2-6x}{x^2+2x-3} \geq 0$

Sol. $\frac{3x(x+1)(x-2)}{(x+3)(x-1)} \geq 0$

$$3x(x+1)(x-2)(x+3)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore -3 < x \leq -1 \text{ or } 0 \leq x < 1 \text{ or } x \geq 2$$

4. 두 함수 $f(x) = 2x-3$, $g(x) = -x+k$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하게 하는 상수 k 의 값을 구하여라. (3점)

Sol. $2(-x+k)-3 = -(2x-3)+k$

$$-2x+2k-3 = -2x+3+k, \quad \therefore k = 6$$

5. 함수 $y = 2x + 3$ 을 x 축의 방향으로 2만큼 y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 함수의 역함수를 구하여라. (3점)

Sol. $y = 2x + 3$ 을 x 축의 방향으로 2만큼 y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y + 3 = 2(x - 2) + 3$ 이므로 $y = 2x - 4$ 이다. 이 함수의 역함수를 구하면

$$x = 2y - 4 \Rightarrow x + 4 = 2y \quad \therefore y = \frac{1}{2}x + 2$$

6. 함수 $f(x)$ 가 연속함수이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$(\sqrt{x+1} - 1)f(x) = x$$

를 만족한다. 함숫값 $f(0)$ 를 구하여라. (4점)

Sol. $x \neq 0$ 에 대해 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$ 이고,

$f(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이므로

$$\begin{aligned} f(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+1} + 1)}{(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+1} + 1)}{x + 1 - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1} + 1) = 2 \\ \therefore f(0) &= 2 \end{aligned}$$

7. 다음 함수의 도함수 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하여라. (각 3점)

$$(1) y = 5x^6 - \frac{3}{x^3} + x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$$

$$\text{Sol. } y' = 30x^5 + \frac{9}{x^4} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$(2) y = (x^2 + 1)^4 (x^3 - 1)^7$$

$$\text{Sol. } y = (x^2 + 1)^4 (x^3 - 1)^7$$

$$\begin{aligned} y' &= ((x^2 + 1)^4)'(x^3 - 1)^7 + (x^2 + 1)^4 \{(x^3 - 1)^7\}' \\ &= 4(x^2 + 1)^3 (2x)(x^3 - 1)^7 + (x^2 + 1)^4 \{7(x^3 - 1)^6 (3x^2)\} \\ &= x(x^2 + 1)^3 (x^3 + 1)^6 (8x^3 - 8 + 21x^3 + 21x) \\ &= x(x^2 + 1)^3 (x^3 + 1)^6 (29x^3 + 21x - 8) \end{aligned}$$

$$(3) y = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol. } y' &= \frac{(x^2 - 1)' \sqrt{x+1} - (x^2 - 1)(\sqrt{x+1})'}{(\sqrt{x+1})^2} \\ &= \frac{2x\sqrt{x+1} - (x^2 - 1) \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} \\ &= \frac{4x(x+1) - (x^2 - 1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}} = \frac{3x^2 + 4x + 1}{2(x+1)\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{(3x+1)(x+1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}} = \frac{3x+1}{2\sqrt{x+1}} \end{aligned}$$

8. 함수 $f(x) = x^2 - x + 2$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기 $f'(1)$ 를 미분계수의 정의를 이용하여 구하여라. (3점)

$$\begin{aligned} \text{Sol. } f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^2 - (1+h) + 2 - 2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + 2h + h^2 - 1 - h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 1) = 1 \end{aligned}$$

9. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여

$$f(0) = 5, f'(1) = 4, f'(-1) = 8$$

을 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. (4점)

Sol. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 $f(0) = c = 5$ 이다.

$f'(x) = 2ax + b$ 에 대해서 $f'(1) = 2a + b = 4$ 이고,

$f'(-1) = -2a + b = 8$ 이다. 두 식을 연립하면 $a = -1, b = 6$

이다. $f(x) = -x^2 + 6x + 5$ 이므로

$$\therefore f(2) = -4 + 12 + 5 = 13$$